

## שאלות

### שאלה 1.

בשוק קדמוני אחד אפשר היה לקבל תמורת פרוות ממוטה שתי פרוות נמר, ותמורת חצאית נוצות טווס שלושה כידוני אבן. בשוק השני, שנמצא במרחק יום הליכה מהראשון, אפשר היה לקבל תמורת פרוות ממוטה שלוש חצאיות נוצות טווס, ותמורת פרוות נמר - שני כידוני אבן. החלפות ניתן לבצע לשני הכיוונים. צייד הביא לשוק הראשון פרוות ממוטה ורצה לקבל תמורתה ארבע פרוות נמר. האם הוא יכול לעשות זאת תוך 33 יום?

### שאלה 2.

חשב את הגבול הבא  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{\ln x}}$ .

### שאלה 3

קבעו האם הפונקציה הבאה היא זוגית, אי-זוגית או לא זה ולא זה?

$$\ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

### שאלה 4

יוסי צונח במהירות קבועה  $v$  ומשה מסתובב על גלגל ענק שמסתובב במהירות קבועה. הנקודה שממנה יוסי צנח נמצאת מעל הנקודה העליונה של הגלגל הענק. ברגע שיוסי נחת בקרקע, התא של משה היה בנקודה התחתונה (על הקרקע). ידוע שבמהלך הצניחה הוא ומשה היו באותו הגובה בדיוק 4 פעמים, כולל הנחיתה של יוסי. מצא את הרכיב האנכי של המהירות של משה כאשר הוא היה באותו הגובה עם יוסי בפעם הראשונה. ניתן לחשוב על יוסי ומשה כעל נקודות.

### שאלה 5

כמה פתרונות יש למשוואה  $x^2 = 2^x$ ?

### שאלה 6

נתונות שתי מטריצות ריבועיות מסדר 2,  $A$  ו- $B$ , שבכל מטריצה יש לפחות איבר אחד שונה מאפס. הוכח כי קיימת מטריצה  $C$  כך ש- $A \cdot C \cdot B \neq 0$ .

### שאלה 7

מהו הערך המינימאלי של הביטוי הבא

$$\sqrt{(x-1960)^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (y-441)^2}$$

### שאלה 8

מצא פולינום עם מקדמים שלמים כך שהמספר הבא מהווה שורש שלו:

$$\sqrt[5]{\sqrt{2}+1} - \sqrt[5]{\sqrt{2}-1}$$

### שאלה 9

בוחרים באקראי שני מספרים בקטע  $[0,1]$ . מהי ההסתברות שריבוע המספר הראשון גדול מהמספר השני?

### שאלה 10

שני גלילים ברדיוס 1 מוצבים במרחב באופן שהצירים שלהם נחתכים והזווית בין הצירים הוא  $90^\circ$ . מצא את נפח החיתוך של הגלילים.

### שאלה 11

פרופסור ניסח  $n$  טענות  $A_1, A_2, \dots, A_n$ . על כל דוקטורנט שלו להוכיח משפט מהצורה: " $A_i$  גורר  $A_j$ ". המשימות האלה ניתנות לדוקטורנטים אחת אחרי השנייה, כאשר אף משפט לא יכול להיות מסקנה מיידית של המשפטים אשר ניתנו קודם לכן. מהו המספר הגדול ביותר של דוקטורנטים שיכול להיות לפרופסור.

### שאלה 12

תהי  $f(x, y)$  פונקציה של שני משתנים בעלת אינסוף נגזרות בעלת מינימום מקומי בראשית הצירים. כמו כן נתון שראשית הצירים הינה הנקודה הקריטית היחידה של פונקציה זאת.

האם נכון לטעון שנקודה זו היא גם מינימום מוחלט?

(נקודה קריטית היא נקודה שבה שתי הנגזרות החלקיות מן הסדר הראשון,  $\frac{\partial f}{\partial x}$  ו-  $\frac{\partial f}{\partial y}$  שוות

לאפס).